

DD-2649

B. A./B. Sc./B. Sc. B. Ed. (Part I) EXAMINATION, 2020

MATHEMATICS

Paper Second

(Calculus)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) मैक्लॉरिन प्रमेय से $e^{a \sin^{-1} x}$ का प्रसार कीजिए तथा व्यापक पद ज्ञात कीजिए।

Expand $e^{a \sin^{-1} x}$ by Maclaurin theorem and find the general term.

(ब) यदि :

$$y = \left[\log \left\{ x + \sqrt{1 + x^2} \right\} \right]^2,$$

तो सिद्ध कीजिए :

$$(1 + x^2)y_{n+2} + (2n + 1)x y_{n+1} + n^2 y_n = 0.$$

If :

$$y = \left[\log \left\{ x + \sqrt{1 + x^2} \right\} \right]^2,$$

then prove that :

$$(1 + x^2)y_{n+2} + (2n + 1)x y_{n+1} + n^2 y_n = 0.$$

(स) $\epsilon - \delta$ विधि के प्रयोग से सिद्ध कीजिए कि :

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 4x) = 5$$

Using $\epsilon - \delta$ method, prove that :

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 4x) = 5$$

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :

$$y^3 - x^2 y + 2y^2 - 4y + x = 0$$

Find the asymptotes :

$$y^3 - x^2 y + 2y^2 - 4y + x = 0$$

(ब) वक्र :

$$y = x^3 + 2x^2 + x + 1$$

के बिन्दु (0,1) पर वक्रता-वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए।

For the curve :

$$y = x^3 + 2x^2 + x + 1,$$

find the equation of the circle of curvature at the point (0, 1).

(स) वक्र

$$ay^2 = x^2 (a - x)$$

का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve :

$$ay^2 = x^2 (a - x).$$

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of :

$$\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx.$$

(ब) परवलियों $y^2 = 4ax$ तथा $x^2 = 4by$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area enclosed by the parabolas $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4by$.

(स) वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ को x -अक्ष के परितः घुमाने से जनित ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

Find the volume of the solid generated by the revolution of the circle $x^2 + y^2 = a^2$ about x -axis.

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) हल कीजिए :

$$(D^3 + 2D^2 + D)y = e^{2x} + x^2 + x.$$

Solve :

$$(D^3 + 2D^2 + D)y = e^{2x} + x^2 + x.$$

(ब) हल कीजिए :

$$(x^2y - 2xy^2)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0.$$

Solve :

$$(x^2y - 2xy^2)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0.$$

(स) हल कीजिए :

$$y = xp^2 + p.$$

Solve :

$$y = xp^2 + p.$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) हल कीजिए :

$$\frac{dx}{x(y^2 - z^2)} = \frac{dy}{y(z^2 - x^2)} = \frac{dz}{z(x^2 - y^2)}.$$

Solve :

$$\frac{dx}{x(y^2 - z^2)} = \frac{dy}{y(z^2 - x^2)} = \frac{dz}{z(x^2 - y^2)}.$$

(ब) हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3e^x.$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - (x^2 + 2x) \frac{dy}{dx} + (x + 2)y = x^3e^x.$$

(स) हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0.$$

Solve :

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0.$$