

CD-2649

B. Sc. (Part I) EXAMINATION, 2019

MATHEMATICS

Paper Second

(Calculus)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Solve any two parts from each Unit. All questions carry equal marks.

इकाई-1

(UNIT-1)

1. (अ) दर्शाइये कि निम्नांकित फलन $x=0$ पर संतत है :

$$f(x) = \begin{cases} (1+2x)^{1/x}, & x \neq 0 \\ e^2, & x = 0 \end{cases}$$

Show that the following function is continuous at $x=0$:

$$f(x) = \begin{cases} (1+2x)^{1/x}, & x \neq 0 \\ e^2, & x = 0 \end{cases}$$

(A-89) P. T. O.

(ब) यदि $y = e^{a \sin^{-1} x}$, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+a^2)y_n = 0$$

If $y = e^{a \sin^{-1} x}$, then prove that :

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+a^2)y_n = 0$$

(स) सिद्ध कीजिए कि :

$$\log_e \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \dots$$

Prove that :

$$\log_e \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \dots$$

इकाई-2

(UNIT-2)

2. (अ) वक्र $x^3 - 2y^3 + xy(2x - y) + y(x - 1) + 1 = 0$ की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve :

$$x^3 - 2y^3 + xy(2x - y) + y(x - 1) + 1 = 0$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि कैटनरी $y = c \cosh(x/c)$ के बिन्दु (x, y) पर वक्रता त्रिज्या y^2/c है।

Prove that the radius of curvature at the point (x, y) of the catenary $y = c \cosh(x/c)$ is y^2/c .

(स) वक्र $y = x^3$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $y = x^3$.

[3]

C-2649

इकाई-3
(UNIT-3)

3. (अ) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt{4x+3}}$$

Evaluate :

$$\int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt{4x+3}}$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि :

$$\int \sin^n x \, dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \, dx$$

Prove that :

$$\int \sin^n x \, dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x \, dx$$

(स) मान ज्ञात कीजिए : <http://www.hyvonline.com>

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx$$

Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx$$

इकाई-4
(UNIT-4)

4. (अ) हल कीजिए :

$$x \, dy - y \, dx = \sqrt{x^2 + y^2} \, dx$$

Solve :

$$x \, dy - y \, dx = \sqrt{x^2 + y^2} \, dx$$

(ब) हल कीजिए :

$$(1 + e^{x/y}) \, dx + e^{x/y} (1 - x/y) \, dy = 0$$

Solve :

$$(1 + e^{x/y}) \, dx + e^{x/y} (1 - x/y) \, dy = 0$$

(A-89) P. T. O.

{ 4]

C-2649

(स) हल कीजिए :

$$p^3 - 4xy \, p + 8y^2 = 0$$

Solve :

$$p^3 - 4xy \, p + 8y^2 = 0$$

इकाई-5
(UNIT-5)

5. (अ) हल कीजिए :

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - \frac{d^2 y}{dx^2} - 6 \frac{dy}{dx} = 1 + x^2$$

Solve :

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - \frac{d^2 y}{dx^2} - 6 \frac{dy}{dx} = 1 + x^2$$

(ब) हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 7x \frac{dy}{dx} + 13y = \log x$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 7x \frac{dy}{dx} + 13y = \log x$$

(स) हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} + \omega y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} - \omega x = 0.$$

Solve :

$$\frac{dx}{dt} + \omega y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} - \omega x = 0.$$

CD-2649

5,700

(A-89)