

(6)

Code No. : S-158

Roll No.....

Total No. of Sections : 03

Total No. of Printed Pages : 06

प्रश्न 4. यदि  $f : G \rightarrow G'$  समूह  $G$  से समूह  $G'$  पर एक समाकारिता है तब एकैकी होगा यदि और केवल यदि

If  $f : G \rightarrow G'$  is a homomorphism of a group  $G$  to group  $G'$ , then  $f$  is one one if and only if

OR

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक फील्ड अनिवार्यतः एक पूर्णाकीय डोमेन होता है, परन्तु विलोम सदैव सत्य नहीं है ।

Prove that every field is a compulsory Integral domain but converse is not true always.

प्रश्न 5. यदि  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta$  तथा  $x^n - \frac{1}{x^n} = 2i \sin n\theta$

If  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ , then prove that  $x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta$  and  $x^n - \frac{1}{x^n} = 2i \sin n\theta$

OR

यदि  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ , तो सिद्ध कीजिए कि :

If  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ , then prove that :

- i)
- ii)
- iii)

---x---

Code No. : S-158

Annual Examination - 2018

B.Sc. Part - I

MATHEMATICS

Paper - I

ALGEBRA AND TRIGONOMETRY

Max.Marks : 50

Time : 3 Hrs.

Min.Marks : 17

This paper is divided into three sections. Section 'A' contains 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

**Note :** Section 'A', containing 10 very short-answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consists of short-answer-type questions and Section 'C' consists of long-answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

Answer the following very short-answer-type questions in one or two sentences. (1x10=10)

- प्रश्न 1. हर्मिटीय और विषम हर्मिटीय आव्यूह की परिभाषा दीजिये ।  
Define Hermitian and Skew Hermitian matrix.
- प्रश्न 2. ऐशेलान आव्यूह को परिभाषित कीजिए ।  
Define Echelon matrix.
- प्रश्न 3. कैली-हैमिल्टन प्रमेय का कथन बताइये ।  
What is the statement of Cayley-Hamilton theorem.
- प्रश्न 4. बहुपद समीकरण के मूल और इनके गुणांकों के बीच संबंध को लिखिए ।  
Write the relation between roots and coefficients of a polynomial equation.

P.T.O.

(2)

Code No. : S-158

प्रश्न 5. समीकरण के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए :

Find the nature of the roots of an equation :

प्रश्न 6. तुल्यता संबंध को परिभाषित कीजिए ।

Define an Equivalence Relation.

प्रश्न 7. समूह के प्रत्येक अवयव की कोटि ज्ञात कीजिए जबकि

संयोजन योग मोड  $6(+_6)$  है ।

Find the order of every element of a group with

operation is addition modulo  $6(+_6)$ .

प्रश्न 8. लाग्रान्जेज प्रमेय का कथन लिखिए ।

Write the statement of Lagrange's theorem.

प्रश्न 9. शून्य भाजक रहित वलय को परिभाषित कीजिए ।

Define without zero divisor in a Ring.

प्रश्न 10. ग्रेगोरी श्रेणी को लिखिए ।

Write the Gregories series.

### Section - 'B'

Answer the following short-answer-type questions. (3x5=15)

Answer the following short-answer-type questions. (3x5=15)

प्रश्न 1. आव्यूह के आइगेन मानों को ज्ञात कीजिए ।

Find the Eigen-Values of the Matrix

(5)

Code No. : S-158

प्रश्न 2. निम्न समीकरणों को आव्यूह विधि से हल कीजिए :

Solve the following equations by matrix method :

OR

कार्डन विधि से त्रिघात को हल कीजिए ।

Solve the cubic equation by Cardan's method.

प्रश्न 3. एक समूह के एक अरिक्त उपसमुच्चय के एक उपसमूह होने के लिए

निम्नलिखित शर्तों का पर्याप्त प्रतिबंध यह है कि , जहाँ

$A = \begin{bmatrix} x-1 & y-2 & z-3 \\ y-2 & z-3 & x-1 \end{bmatrix}$  का प्रतिलोम है ।

The necessary and sufficient condition for a non-empty subset  $H$  of a group  $G$  is a subgroup of  $G$  if , is the inverse of .

OR

यदि तथा दो एकैकी आच्छादक प्रतिचित्रण हैं, तब सिद्ध कीजिए कि एकैकी आच्छादक प्रतिचित्रण है तथा

If  $f : X \rightarrow Y$  and are two one-one onto mappings. Then prove that is also a one-one onto mapping and also prove that .

P.T.O.

(3)

Code No. : S-158

**OR**

निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम कैले-हैमिल्टन प्रमेय की सहायता से ज्ञात कीजिए :  
Find inverse of following matrix by Cayley-Hamilton theorem :

प्रश्न 2. यदि समीकरण  $x^2 + px + q = 0$  के मूल गुणोत्तर श्रेणी में हो तो सिद्ध कीजिए कि  
If the roots of the equation  $x^2 + px + q = 0$  are in G.P. Then prove that  $p^2 = 3q$ .

**OR**

समीकरण  $x^2 + px + q = 0$  को रूपान्तरित कीजिए जिसमें द्वितीय पद नहीं है ।

Transform the equation  $x^2 + px + q = 0$  whose second term is diminished (missing).

प्रश्न 3. यदि  $H$  और  $K$  एक समूह  $G$  के दो उपसमूह हैं तब  $H \cap K$  भी  $G$  का एक उपसमूह होता है ।  
If  $H$  and  $K$  are two subgroups of a group  $G$ . Then  $H \cap K$  is also a subgroup of Group  $G$ .

**OR**

सिद्ध कीजिए कि किसी समूह के दो प्रसामान्य उपसमूहों का सर्वनिष्ठ एक प्रसामान्य उपसमूह होता है ।

Prove that the intersection of any two Normal subgroups of a group is also a subgroup of that group.

प्रश्न 4. गुणात्मक समूह  $G = \{1, -1, i, -i\}$  से तुल्याकारी नियमित क्रमचय समूह ज्ञात कीजिए ।  
Find the Isomorphic Regular Group Permutation of the multiplicative group

P.T.O.

(3)

Code No. : S-158

**OR**

निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम कैले-हैमिल्टन प्रमेय की सहायता से ज्ञात कीजिए :  
Find inverse of following matrix by Cayley-Hamilton theorem :

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

प्रश्न 2. यदि समीकरण  $x^2 + px + q = 0$  के मूल गुणोत्तर श्रेणी में हो तो सिद्ध कीजिए कि  
If the roots of the equation  $x^2 + px + q = 0$  are in G.P. Then prove that  $p^2 = 3q$ .

**OR**

समीकरण  $x^2 + px + q = 0$  को रूपान्तरित कीजिए जिसमें द्वितीय पद नहीं है ।

Transform the equation  $x^2 + px + q = 0$  whose second term is diminished (missing).

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

प्रश्न 3. यदि  $H$  और  $K$  एक समूह  $G$  के दो उपसमूह हैं तब  $H \cap K$  भी  $G$  का एक उपसमूह होता है ।  
If  $H$  and  $K$  are two subgroups of a group  $G$ . Then  $H \cap K$  is also a subgroup of Group  $G$ .

**OR**

सिद्ध कीजिए कि किसी समूह के दो प्रसामान्य उपसमूहों का सर्वनिष्ठ एक प्रसामान्य उपसमूह होता है ।

Prove that the intersection of any two Normal subgroups of a group is also a subgroup of that group.

प्रश्न 4. गुणात्मक समूह  $G = \{1, -1, i, -i\}$  से तुल्याकारी नियमित क्रमचय समूह ज्ञात कीजिए ।  
Find the Isomorphic Regular Group Permutation of the multiplicative group

P.T.O.

(4)

Code No. : S-158

OR

सिद्ध कीजिए कि दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ एक उपवलय होता है ।

Prove that the intersection of any two subrings of any ring is also a subring of that ring.

प्रश्न 5. यदि कोई धनपूर्णांक है तो सिद्ध कीजिए कि

If  $n$  is any positive integer. Then prove that

OR

सिद्ध कीजिए / Prove that :

$$\sin 6\theta = 6\cos^5\theta\sin\theta - 20\cos^3\theta\sin^3\theta + 6\cos\theta\sin^5\theta$$

Section - 'C'

Answer the following long-answer-type questions. (5x5=25)

प्रश्न 1. आव्यूह को प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कर आव्यूह की जाति ज्ञात कीजिए :

Transform the following Matrix A into Normal form & find their rank :

OR

आव्यूह के आइगेन मानों को ज्ञात कीजिए तथा संगत

आइगेन सदिशों का निर्धारण भी कीजिए ।

Find the the Eigen Values & their corresponding Eigen Vectors of the Matrix.

(4)

Code No. : S-158

OR

सिद्ध कीजिए कि दो उपवलयों का सर्वनिष्ठ एक उपवलय होता है ।

Prove that the intersection of any two subrings of any ring is also a subring of that ring.

प्रश्न 5. यदि कोई धनपूर्णांक है तो सिद्ध कीजिए कि

If  $n$  is any positive integer. Then prove that

OR

सिद्ध कीजिए / Prove that :

$$\sin 6\theta = 6\cos^5\theta\sin\theta - 20\cos^3\theta\sin^3\theta + 6\cos\theta\sin^5\theta$$

Section - 'C'

Answer the following long-answer-type questions. (5x5=25)

प्रश्न 1. आव्यूह को प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कर आव्यूह की जाति ज्ञात कीजिए :

Transform the following Matrix A into Normal form & find their rank

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & -10 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

OR

आव्यूह के आइगेन मानों को ज्ञात कीजिए तथा संगत

आइगेन सदिशों का निर्धारण भी कीजिए ।

Find the the Eigen Values & their corresponding Eigen Vectors of the Matrix.